

ÉTUDE DU LARGE HADRON COLLIDER DU CERN

7. La force de Lorentz est $\boxed{\vec{F} = e\vec{E}}$

8. Comparons les normes :

$$\boxed{\frac{F}{P} = \frac{eE}{mg} = \frac{10^{-19} \times 10^5}{10^{-27} \times 10} = 10^{12} \gg 1}$$

Le poids du proton est négligeable face à la force de Lorentz.

9. PFD un proton dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$m\vec{a} = e\vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}}$$

10. L'énoncé précise que \vec{E} est uniforme, donc E est constant. Donc $V(x)$ est affine puisque $E = -\frac{dV}{dx}$. On en déduit :

$$V(x) = -Ex + 0 \Rightarrow \boxed{V_L = -EL}$$

11. Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au proton entre l'entrée et la sortie de la zone de champ. On rappelle que l'énergie potentielle vaut : $\mathcal{E}_p = qV$

$$\Delta\mathcal{E}_m = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_m(x=0) = \mathcal{E}_m(x=L) \Rightarrow 0 + 0 = eV_L + \mathcal{E}_c \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_c = -eV_L = eEL}$$

12. Entre deux tubes, la variation d'énergie cinétique est $\boxed{\Delta\mathcal{E}_c = eU_c}$. Démonstration identique à la question 11.

13. On a donc : $\boxed{\mathcal{E}_c(n) = e(U_0 + U_c \times (n-1))}$

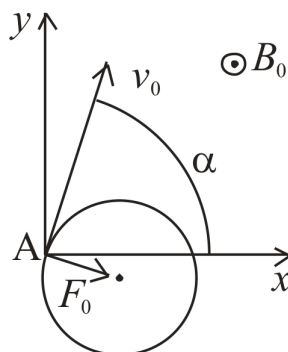
14. AN :

$$\mathcal{E}_c(n=10) = \frac{mv_{10}^2}{2} = 18 \times 10^6 \text{ V} \Rightarrow \boxed{v_{10} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_c}{m}} = 6 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{c}{5}}$$

15. Le proton n'est pas relativiste car $\frac{c}{5} < \frac{c}{3}$

16. La force de Lorentz est $\boxed{\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{B}}$

17. On remarque que : $\vec{v}_0 \perp \vec{B}_0$ donc $\boxed{F = ev_0B_0}$



18. Le travail de la force vaut :

$$\delta\mathcal{W}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{OM} = \left(e \underbrace{\vec{v} \wedge \vec{B}}_{\perp \vec{v}} \right) \cdot \vec{v} dt = 0$$

Théorème de l'énergie cinétique appliqué au proton donne :

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}(\vec{F}) = 0$$

19. Il n'y a aucune vitesse initiale dans la direction \vec{u}_z et jamais aucune force dans la direction \vec{u}_z donc le mouvement est plan.

$$\vec{F} \cdot \vec{u}_z = \left(e \vec{v} \wedge \vec{B} \right) \cdot \vec{u}_z = \left(e \vec{B} \wedge \vec{u}_z \right) \cdot \vec{v} = 0$$

Supposons que la trajectoire est circulaire. Notons O le centre de ce cercle et plaçons un repère polaire centré sur O. La vitesse étant constante, le mouvement est également uniforme.

$$\vec{OM} = R\vec{u}_r \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = R\omega\vec{u}_\theta = v_0\vec{u}_\theta \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -R\omega^2\vec{u}_r = -\frac{v_0^2}{R}\vec{u}_r$$

Le PFD donne donc :

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad -\frac{mv_0^2}{R}\vec{u}_r = e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

On prend cette équation en norme :

$$\frac{mv_0^2}{R} = evB_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{mv_0}{eB_0}}$$

Le rayon est bien constant, ce qui confirme l'hypothèse du mouvement circulaire.

20. On a montré Q19 : $\boxed{R = \frac{mv_0}{eB_0}}$

21. On néglige toujours l'influence du poids. En l'absence de force, le mouvement du proton en dehors de la zone de champ magnétique sera rectiligne uniforme.

Extrait de : 2015 ATS – 15 questions

DÉTECTEUR DE MÉTAUX

Q1. Loi de Faraday : $e = -\frac{d\phi}{dt}$ où e est la force électromagnétique induite (en convention générateur) et ϕ le flux du champ magnétique.

Q2. Les phénomènes d'induction concernent les objets conducteurs comme les métaux, mais pas les végétaux et les minéraux qui sont isolants.

Q16. Il est difficile de concevoir deux oscillateurs de fréquences d'oscillations rigoureusement identiques. On peut ajuster la fréquence en utilisant une capacité variable. On peut aussi exploiter les battements entre les deux signaux. Ou faire une boucle à verrouillage de phase.

Q17. Puisque la tension aux bornes d'un fil est nulle, on peut écrire :

$$v_m(t) = 0 = L_m \frac{di_m}{dt} + M \frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{di_m}{dt} = -\frac{M}{L_m} \frac{di}{dt}}$$

Alors,

$$v_L(t) = ri + L \frac{di}{dt} + M \frac{di_m}{dt} = ri + \left(L - \frac{M^2}{L_m}\right) \frac{di}{dt} = ri + L' \frac{di}{dt} \quad \text{avec : } \boxed{L' = L \left(1 - \frac{M^2}{LL_m}\right)}$$

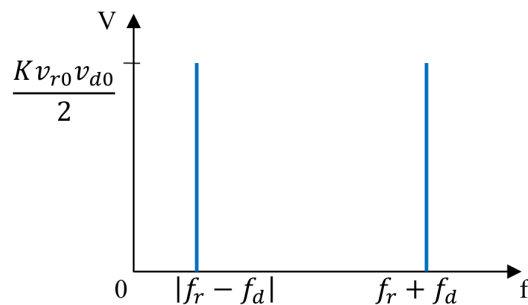
Q18. La nouvelle fréquence de résonance vaut :

$$f'_d = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}} = \frac{1}{\underbrace{2\pi\sqrt{LC}}_{= f_d}} \left(1 - \frac{M^2}{LL_m}\right)^{-1/2} \simeq f_d \left(1 + \frac{M^2}{2LL_m}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta f_d}{f_d} = \frac{f'_d - f_d}{f_d} = \frac{M^2}{2LL_m}}$$

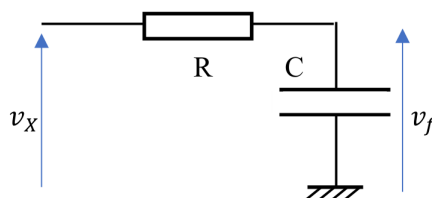
Q19. En sortie du multiplieur :

$$v_X(t) = K v_{r0} v_{d0} \cos(2\pi f_r t) \cos(2\pi f_d t) = \frac{K v_{r0} v_{d0}}{2} \left[\cos(2\pi \Delta f t) + \cos(2\pi (f_r + f_d) t) \right] \quad \text{avec : } \Delta f = |f_r - f_d|$$

Le spectre possède alors deux pics de même amplitude :



Q20. On souhaite conserver uniquement la composante basse fréquence du signal, il faut donc utiliser un filtre passe-bas. Le plus simple est un filtre d'ordre 1.



En première approximation, $\Delta f \ll f_r + f_d$ donc on peut choisir la fréquence de coupure égale à : $\frac{f_r + f_d}{10} = 1,5 \text{ kHz}$ pour que la fréquence de coupure soit 1 décade en dessous de la composante haute fréquence.

Q21. L'écart Δf est la fréquence des oscillations lentes visibles sur la Figure 11. On mesure alors une période de $\frac{0,04}{6} = 6,7 \text{ ms}$, soit $\Delta f = 150 \text{ Hz}$. En sortie du filtre, on aura un signal quasi-sinusoïdal de fréquence $\Delta f = 150 \text{ Hz}$ et d'amplitude 0,5 V environ.

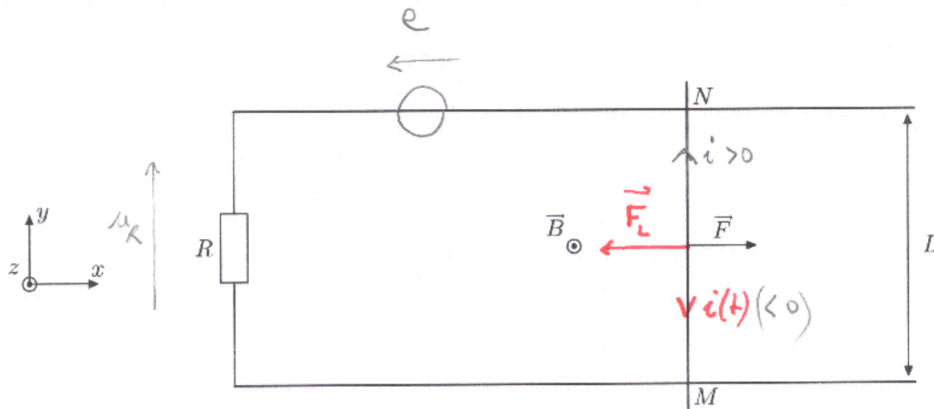
Extrait de : 2019 CCINP TPC – 8 questions

UN MODÈLE SIMPLIFIÉ DE GÉNÉRATRICE LINÉAIRE : LE RAIL DE LAPLACE

Q41. Sous l'effet de la force \vec{F} , la vitesse de la tige va augmenter, provoquant l'apparition d'un phénomène d'induction. Or, d'après la loi de modération de Lenz, les effets mécaniques de l'induction vont s'opposer à la cause de phénomène. Il va donc apparaître une force tendant à s'opposer au mouvement. On peut donc prévoir que la vitesse va atteindre une valeur limite.

Q42. Dans le cas d'un champ uniforme : $\vec{F}_L = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B} = iLB\vec{u}_x$, où $i(t)$ est orienté de M vers N.

Q43.



Q44. D'après la loi de Faraday, $e = -\frac{d\phi}{dt}$. Compte tenu de l'orientation choisie, le flux s'exprime par $\phi = BLx$ donc on trouve $e(t) = -BLv(t)$.

Q45. En appliquant la loi des mailles, il vient : $e(t) = Ri(t)$

Q46. Le poids et la réaction des supports sont perpendiculaires au mouvement. On néglige les frottements. On applique le PFD en projection sur \vec{u}_x , il vient :

$$m \frac{dv}{dt} = F + i(t) LB$$

Q47. On élimine $i(t)$ entre les deux équations, puis on remplace $e(t)$ par son expression :

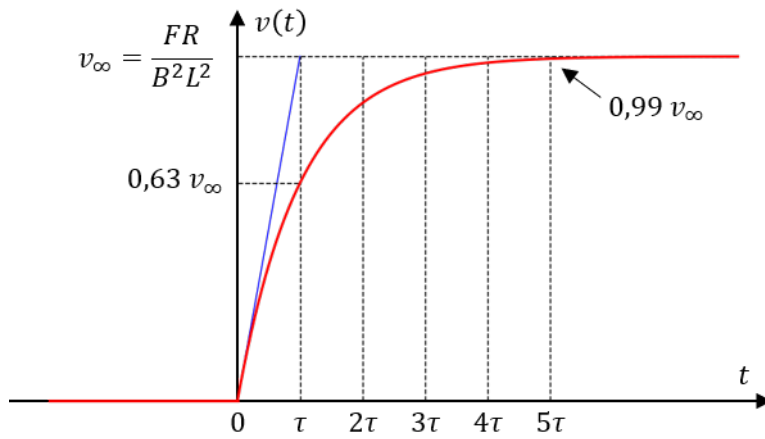
$$m \frac{dv}{dt} = F + e(t) \frac{LB}{R} = F - \frac{B^2 L^2}{R} v(t) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{B^2 L^2}{mR} v(t) = \frac{F}{m}$$

Q48. Il s'agit de la constante de temps $\tau = \frac{mR}{B^2 L^2}$ de l'équation différentielle.

Q49. Solution :

$$v(t) = \frac{FR}{B^2 L^2} \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

Graphe :



On retrouve bien que la vitesse atteint une vitesse limite (positive).

Q50. La puissance de la force de Laplace est donnée par : $\mathcal{P}_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = -\frac{B^2 L^2 v^2}{R}$

Q51. La puissance dissipée par effet Joule vaut : $\mathcal{P}_J = ei = -BLvi = -\mathcal{P}_L$. On a donc $\mathcal{P}_L + \mathcal{P}_J = 0$ ce qui signifie qu'on a conversion parfaite d'énergie mécanique en énergie électrique (dégradée finalement en énergie thermique).

Q52. La puissance fournie par l'opérateur vaut : $\mathcal{P}_{op} = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv$

Q53. On multiplie l'équation mécanique par v et l'équation électrique par i , puis on somme les deux bilans.

$$\begin{cases} mv \frac{dv}{dt} = Fv - +BLvi \\ Ri^2 = -BLvi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P}_{op} + \mathcal{P}_L \\ \mathcal{P}_J = -\mathcal{P}_L \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{op} = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} + \mathcal{P}_J}$$

La puissance fournie par l'opérateur est convertie en énergie cinétique et perdu par effet Joule. En régime stationnaire, toute la puissance est perdue par effet Joule.

ÉTUDE D'UN HAUT-PARLEUR ÉLECTRODYNAMIQUE

Q1. On oriente le circuit dans le sens du courant indiqué sur la figure 2 de l'énoncé. On suppose que le champ \vec{B} est uniforme et s'écrit $\vec{B} = B\vec{u}_z$.

Le flux de \vec{B} à travers le circuit orienté est alors :

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = Bl(\ell_0 + x)$$

La loi de Faraday s'écrit : $e = -\frac{d\phi}{dt}$ donc la force électromotrice induite dans le cadre est :

$$e = -Blv(t)$$

Q2. On obtient :

$$E + e = Ri + L \frac{di}{dt}$$

Q3. Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Bilan des forces :

○ le poids est négligé d'après l'énoncé, on va donc également négliger la réaction des rails

○ force de frottement fluide : $\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$

○ force de rappel : $\vec{F}_{el} = -k(\ell_{\text{ressort}} - \ell_0) = -kx\vec{u}_x$

○ force de Laplace : $\vec{F}_L = il\vec{u}_y \wedge B\vec{u}_z = ilB\vec{u}_x$

Principe fondamental de la dynamique en projection selon \vec{u}_x :

$$m_T \ddot{x} = -\alpha \dot{x} - kx + ilB$$

Q4. On multiplie l'équation électrique par i et le PFD par \dot{x}

$$\begin{cases} Ei - Bli\dot{x} = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} \\ m_T \ddot{x}\dot{x} = -\alpha \dot{x}^2 - kx\dot{x} + ilB\dot{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ei - Bli\dot{x} = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_T v^2 \right) = -\alpha v^2 - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} kx^2 \right) + ilBv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Ei - Bli\dot{x} = Ri^2 + \frac{d\mathcal{E}_{mag}}{dt} \\ \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = -\alpha v^2 - \frac{d\mathcal{E}_p}{dt} + ilBv \end{cases}$$

Puis on somme les deux bilans

$$Ei = Ri^2 + \alpha v^2 + \frac{d}{dt} (\mathcal{E}_{mag} + \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p)$$

La puissance fournie par le générateur Ei est : perdue par effet Joule, perdue par frottement fluide (onde sonore), ou stockée sous forme d'énergie magnétique, cinétique ou potentielle élastique.

Q5. On a montré à la question précédente que :

$$\mathcal{P}_L = +ilBv \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{fem} = -ilBv \quad \Rightarrow \quad \mathcal{P}_L + \mathcal{P}_{fem} = 0$$

Q6. Équation électrique en notation complexe :

$$\underline{E} - Bl\underline{v} = Ri + j\omega Li \quad \Rightarrow \quad \underline{E} = R\underline{i} + j\omega Li + Bl\underline{v}$$

Équation mécanique en notation complexe :

$$j\omega m_T \underline{v} = -\alpha \underline{v} - \frac{k}{j\omega} \underline{v} + \ell B \underline{i} \quad \Rightarrow \quad \underline{v} = \frac{\ell B \underline{i}}{j\omega m_T + \alpha + \frac{k}{j\omega}}$$

On injecte v dans l'équation électrique :

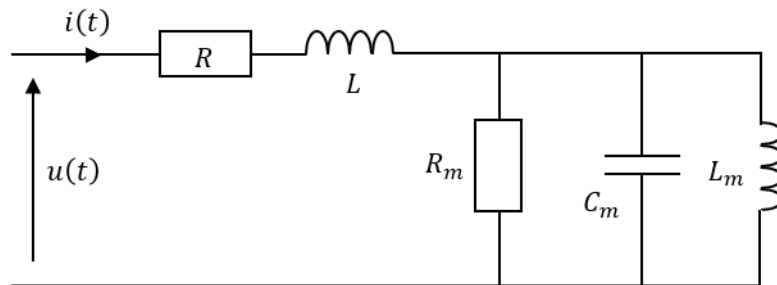
$$\underline{E} = \left(R + j\omega L + \underline{Z}_m \right) i \quad \text{avec :} \quad \underline{Z}_m = \frac{B^2 \ell^2}{j\omega m_T + \alpha + \frac{k}{j\omega}}$$

Q7. On a :

$$\underline{Y}_m = \frac{j\omega m_T}{B^2 \ell^2} + \frac{\alpha}{B^2 \ell^2} + \frac{k}{j\omega B^2 \ell^2} \Rightarrow \quad C_m = \frac{m_T}{B^2 \ell^2} \quad R_m = \frac{B^2 \ell^2}{\alpha} \quad L_m = \frac{B^2 \ell^2}{k}$$

Q8. On remarque que l'admittance \underline{Y}_m est la somme de trois admittances : celle d'une résistance R_m , d'un condensateur de capacité C_m et d'une bobine d'inductance L_m . Le dipôle d'impédance \underline{Z}_m est donc constitué d'une résistance, d'un condensateur et d'une bobine en parallèle (les admittances des dipôles en parallèle s'additionnent).

On obtient donc le schéma électrique équivalent du haut-parleur suivant :



Q9. On est en RSF, donc toutes les grandeurs sont périodiques. Or la dérivée d'une grandeur périodique est une grandeur périodique de moyenne nulle. En effet, la valeur moyenne d'une dérivée est égale à la dérivée de la valeur moyenne, ie. la dérivée d'une constante, donc 0.

On obtient ainsi immédiatement la relation demandée.

$$\langle Ei \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle$$

En moyenne, l'énergie fournie est uniquement perdue par effet Joule et par frottement visqueux (pas stockée).

Q10. On définit le rendement comme le rapport de la grandeur utile sur la grandeur coûteuse.

$$\eta = \frac{\langle \alpha v^2 \rangle}{\langle Ei \rangle} = \frac{\langle \alpha v^2 \rangle}{\langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle} = \frac{1}{1 + \frac{R}{\alpha} \frac{\langle i^2 \rangle}{\langle v^2 \rangle}}$$

On rappelle que les grandeurs étudiées sont sinusoïdales, de pulsation ω . Ainsi, les grandeurs réelles s'écrivent :

$$\begin{cases} i(t) = i_m \cos(\omega t + \varphi_i) \\ v(t) = v_m \cos(\omega t + \varphi_v) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \langle i^2 \rangle = \frac{i_m^2}{2} \\ \langle v^2 \rangle = \frac{v_m^2}{2} \end{cases}$$

Ainsi,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{\alpha} \left(\frac{i_m}{v_m} \right)^2}$$

Enfin, on a la relation :

$$\underline{v} = \frac{\ell B \underline{i}}{j\omega m_T + \alpha + \frac{k}{j\omega}} \Rightarrow \frac{i_m}{v_m} = \left| \frac{\underline{i}}{\underline{v}} \right| = \left| \frac{j\omega m_T + \alpha + \frac{k}{j\omega}}{\ell B} \right| = \left(\frac{\alpha^2 + \left(\omega m_T - \frac{k}{\omega} \right)^2}{\ell B} \right)^{1/2}$$

Il vient donc :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{\alpha B^2 \ell^2} \left[\alpha^2 + \left(\omega m_T - \frac{k}{\omega} \right)^2 \right]} = \frac{1}{1 + \frac{R\alpha}{B^2 \ell^2} \left[1 + \left(\frac{\omega m_T}{\alpha} - \frac{k}{\omega \alpha} \right)^2 \right]}$$

On identifie avec la forme proposée dans l'énoncé :

$$\boxed{R_m = \frac{B^2 \ell^2}{\alpha}} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \frac{Q}{\omega_0} = \frac{m_T}{\alpha} \\ Q\omega_0 = \frac{k}{\alpha} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_T}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{\sqrt{m_T k}}{\alpha}}$$

Q11. On obtient le comportement d'un filtre passe-bande : lorsque ω tend vers 0 ou $+\infty$, le rendement tend vers zéro ; lorsque ω tend vers ω_0 , le rendement est maximum et vaut $\eta_{\max} = \frac{1}{1 + R/R_m}$.

En effet, à basse fréquence, le mouvement est très lent, ce qui induit peu de puissance de frottement fluide donc un faible rendement.

À haute fréquence, l'inertie mécanique de l'équipage mobile implique une très faible vitesse de déplacement donc peu de puissance de frottement fluide : le rendement est très faible.

Extrait de : 2021 E3A PSI – 11 questions